

Целесообразность решения поставленной задачи предлагаемым методом очевидна. Основное преимущество заключается в систематизированном представлении материала при наличии одной программы обращения матриц и развитой подпрограммы выдачи материала на печать машины из различных мест матрицы, в результате чего резко сокращается подготовительно-заключительное время и увеличивается эффективность использования ЭВМ.

Анализ количества выполняемых арифметических операций показывает, что как последовательный процесс решения поставленной задачи, так и предлагаемый процесс имеет $2n^3 + 4n^2K + 2K^2n - 2n^2 + 2n - 2kn$ арифметических операций при равенстве соответствующих их видов. (Здесь для простоты вывода принят случай $K = t$.)

Описанный метод решения задачи не исключает введения в программу приемов уплотнения записи матриц с целью увеличения процента заполнения памяти ЭВМ при матрицах с большим количеством нулевых элементов.

Решение предлагаемой задачи можно осуществить также и с помощью метода Зейделя, в программу которого, однако, необходимо ввести дополнительные приемы, позволяющие решать задачу одновременно с несколькими векторами b и дополнительными уравнениями, определяющими y^s .

Как показывает анализ, «память» ЭВМ в этом случае используется менее эффективно на величину $n(t-1)$ ячеек (размеры программ здесь не сопоставляются), т. е. в любом случае при $(t > 1)$ предлагаемый способ будет эффективнее, что объясняется необходимостью сохранять в памяти кроме матриц A и B соответствующие промежуточные значения X .

Решение задачи линейного программирования и совместно нескольких систем линейных уравнений на ЭВМ с алгоритмом обращения матриц имеет место в практике программирования. Так, имеются программы решения систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса [2], позволяющие одновременно решать несколько систем уравнений, различающихся свободными членами.

Наш метод подобен модифицированному симплексному методу [1], в частности алгоритму преобразования искусственного базиса в базисное решение и преобразованию вектора ограничений B в решение системы. Преобразование коэффициентов функций цели симплексного метода C в оценки и минимизация ее предельного значения аналогичны преобразованию блоков C и D в матрице (5).

Метод решения расширенной системы линейных уравнений практически реализован на ЭВМ «Урал-3». С помощью программы, разработанной автором для $n < 150$ и использующей один магнитный барабан, решена задача расчета баланса металла предприятия по пятилетнему плану.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Гасс. Линейное программирование (Методы и приложения). М., Физматгиз, 1961.
2. Е. Т. Гавриленко. Автоматизация программирования и стандартные программы для вычислительных машин «Урал-2», «Урал-3» и «Урал-4». М., «Машиностроение», 1966.

Поступила в редакцию
20 XII 1967

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В. Н. ЦЫГАНКОВ

(Москва)

Наша цель — разработать рекомендации, позволяющие значительно уменьшить объем вычислительной работы при определении оптимального решения.

В [1, 2] используется алгоритм динамического программирования, предложенный в [3]. Для получения оптимального решения определяются доминирующие последовательности решения в соответствии с формулами

$$\begin{aligned} D_1^* &= S(D^{(1)}), \\ D_2^* &= S(D^{(1)} + D^{(2)}), \\ &\dots \dots \dots \\ D_m^* &= S(D_{m-1}^* + D^{(m)}), \end{aligned} \quad (1)$$

Т а б л и ц а 1

№ операции	Периодичность технического обслуживания (ремонта)					
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
	Значения q_{ij}/c_{ij}					
1	$\frac{0,001}{320}$	$\frac{0,002}{160}$	$\frac{0,003}{80}$	$\frac{0,004}{40}$	$\frac{0,005}{20}$	$\frac{0,006}{10}$
2	$\frac{0,001}{160}$	$\frac{0,002}{80}$	$\frac{0,004}{40}$	$\frac{0,005}{20}$	$\frac{0,008}{10}$	$\frac{0,009}{5}$
3	$\frac{0,001}{192}$	$\frac{0,002}{96}$	$\frac{0,005}{48}$	$\frac{0,007}{24}$	$\frac{0,008}{12}$	$\frac{0,009}{6}$
4	$\frac{0,002}{480}$	$\frac{0,003}{240}$	$\frac{0,004}{120}$	$\frac{0,005}{60}$	$\frac{0,006}{30}$	$\frac{0,007}{15}$
...	...	...	...	...	...	...
i	$\frac{q_{i1}}{c_{i1}}$	$\frac{q_{i2}}{c_{i2}}$	$\frac{q_{i3}}{c_{i3}}$	$\frac{q_{i4}}{c_{i4}}$	$\frac{q_{i5}}{c_{i5}}$	$\frac{q_{i6}}{c_{i6}}$

где D_m^* — результирующая доминирующая последовательность решений для m операций; $D^{(m)}$ — вектор различных решений для m -й операции; S — символ операции получения оптимального решения.

Из (1) вытекает следующий порядок определения доминирующей последовательности решений для m операций.

Первоначально находится доминирующая последовательность решений для первых двух операций D_2^* , затем D_2^* объединяется с вектором различных решений $D^{(3)}$. Аналогичным образом группирование продолжается до тех пор, пока не будет определена результирующая доминирующая последовательность D_m^* .

Одним из основных критериев эффективности различных методов оптимизации является их трудоемкость, характеризуемая объемом необходимых вычислений. Трудоемкость рассматриваемого алгоритма динамического программирования зависит от количества процедур группирования и объема вычислений в каждой из них.

Исследуем влияние порядка группирования операций на трудоемкость рассматриваемого алгоритма.

Известно [3], что независимо от порядка группирования операций, количество процедур группирования для данного алгоритма равно $m - 1$. Объем вычислений в каждой процедуре группирования зависит от порядка объединения операций. Минимальный объем вычислений при реализации алгоритма динамического программирования не всегда соответствует порядку группирования операций, вытекающему из (1).

Рассмотрим возможность решения поставленной задачи на примере определения доминирующей последовательности решений для четырех операций технического обслуживания или ремонта.

Исходные данные (стоимость C_{ij} и ненадежность q_{ij}), необходимые для процесса оптимизации, приведены в табл. 1. При предварительном анализе исходных данных следует отметить, что ряды значений вероятностей q_{ij} первой и четвертой операций представляют собой арифметические прогрессии (арифметические ряды первого порядка) с одинаковой их разностью d , а ряды значений стоимостей C_{ij} являются убывающими на величины, кратные C_i . Определяя в соответствии с (1) доминирующую последовательность для первой и второй операций D_2^* , необходимо сравнить все возможные комбинации решений (табл. 2). При определении домини-

Т а б л и ц а 2

Операция 1

Операция 2	q_{ij} c_{ij}	0,001 320	0,002 160	0,003 80	0,004 40	0,005 20	0,006 10
	0,001 160	0,002 480 (1)	0,003 320 (2)	0,004 240	0,005 200	0,006 180	0,007 170
	0,002 80	0,003 400	0,004 240 (3)	0,005 160 (4)	0,006 120 (5)	0,007 100 (6)	0,008 90
	0,004 40	0,005 360	0,006 200	0,007 120	0,008 80 (7)	0,009 60	0,010 50
	0,005 20	0,006 340	0,007 180	0,008 100	0,009 60 (8)	0,010 40 (9)	0,011 30 (10)
	0,008 10	0,009 330	0,010 170	0,011 90	0,012 50	0,013 30	0,014 20 (11)
	0,009 5	0,010 325	0,011 165	0,012 85	0,013 45	0,014 25	0,015 15 (12)

Т а б л и ц а 3

Операция 1

Операция 4	q_{ij} c_{ij}	0,001 320	0,002 160	0,003 80	0,004 40	0,005 20	0,006 10
	0,002 480	0,003 800 (1)	0,004 640				
	0,003 240	0,004 560 (2)	0,005 400 (3)	0,006 320			
	0,004 120	0,005 440	0,006 280 (4)	0,007 200 (5)	0,008 160		
	0,005 60		0,007 220	0,008 140 (6)	0,009 100 (7)	0,010 80	
	0,006 30			0,009 110	0,010 70 (8)	0,011 50 (9)	0,012 40
	0,007 15				0,011 55	0,012 35 (10)	0,013 25 (11)

рующей последовательности для первой и четвертой операций можно использовать свойство арифметической прогрессии. Это приведет к резкому сокращению объема вычислений (табл. 3).

Учитывая, что для сокращения объема вычислений при решении практических задач в первую очередь необходимо объединять ряды с наименьшими значениями вероятностей q_{ij} [4], рекомендуется следующий порядок определения результирующей последовательности решений D_m^* .

1. Объединяются операции, значения вероятностей q_{ij} которых представляют собой арифметические прогрессии с одинаковой разностью d . В первую очередь объединяются операции, обеспечивающие наименьшие значения вероятностей q_{ij} . В результате выявляется доминирующая последовательность D_k^* .

2. Объединяются оставшиеся операции до тех пор, пока не выявится доминирующая последовательность D_l^* , значения вероятностей q_{ij} которой представляют собой арифметическую прогрессию.

Аналогичным образом группирование продолжается. В результате определяются

доминирующие последовательности $D_{l+1}^*, D_{l+2}^*, \dots, D_{l+r}^*$ с арифметическими прогрессиями вероятностей q_{ij} .

3. Объединяются доминирующие последовательности $D_k^*, D_{l+1}^*, D_{l+2}^*, D_{l+3}^*, \dots, D_{l+r}^*$ до получения результирующей последовательности D_m^* . Аналогично п. 1 в первую очередь объединяются доминирующие последовательности, которые имеют наименьшие значения вероятностей q_{ij} .

ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Сандлер. Техника надежности систем. М., «Наука», 1966.
2. В. Н. Цыганков, Л. И. Еремин. Метод определения структуры цикла профилактических мероприятий. Стандарты и качество, 1968, № 3.
3. J. D. Kettele. Least-cost Allocations of Reliability Investment. Operat. Res., 1962, v. 10, N 2.
4. О. Г. Алексеев, В. И. Якушев. Об алгоритме оптимального резервирования аппаратуры. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1964, № 3.

Поступила в редакцию
15 II 1968