

МЕТОДЫ ПЛАНИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЯМИ

РАСЧЕТ ОПТИМАЛЬНОГО ОБЪЕМА ЗАПАСНЫХ ЧАСТЕЙ ДЛЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРЕДПРИЯТИЙ

П. Т. СМЕЛОВ, А. М. ШЕФТЕЛЬ

(Москва)

Для отраслей, состоящих из систем территориально-разобценных предприятий, весьма важным является вопрос о размещении запасных частей, так как от этого во многом зависит их количество. В этом случае сосредоточение запаса в одном месте может существенно уменьшить его величину, так как выход из строя отдельных механизмов и деталей не совпадает во времени. Однако хранение запасных частей вне предприятия связано с транспортными издержками по их доставке к месту замены и убытками от простоя оборудования во время доставки с центрального склада. Следовательно, можно поставить задачу на определение оптимальных величин и оптимального размещения объема запасных частей, соответствующее минимуму суммарных затрат.

Рассмотрим ее применительно к оборудованию электрических сетей, входящих в энергосистему. Пусть в энергосистеме (включающей отдельные предприятия электрических сетей) установлено некоторое количество единиц какого-либо вида оборудования, в ходе эксплуатации которого отдельные детали выходят из строя.

Для большинства видов оборудования, установленного в электрических сетях, выход из строя хорошо аппроксимируется простейшим потоком (Пуассона) [1]. Поэтому вероятность замены деталей на данной территории X в течение времени t равна

$$P_X(t) = \frac{(\lambda t)^X}{X!} e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

где λ — интенсивность замены деталей рассматриваемого вида.

Пусть к началу какого-то планового периода имеется k запасных частей. Пронумеруем все единицы от 1 до k , $r = 1, 2, \dots, k$. Определим, в течение какого времени ξ_r с начала планового периода не будет необходимости в единице r (предполагается, что замена происходит начиная с 1-го номера). Очевидно, это случайная величина.

Обозначим через $F_r(t)$ интегральную функцию распределения ξ_r , т. е. вероятность использования r -й единицы в течение t (т. е. $\xi_r < t$)

$$F_r(\xi_r < t) = \sum_{X=r}^{\infty} P_X(t) = 1 - \sum_{X=0}^{r-1} P_X(t). \quad (2)$$

Математическое ожидание ξ_r

$$M(\xi_r) = \int_0^{\infty} t dF_r(t) = \int_0^{\infty} t F_r'(t) dt. \quad (3)$$

Нетрудно доказать, что при интенсивности λ

$$M(\xi_r) = \frac{r}{\lambda}. \quad (4)$$

Когда рассматриваемый вид оборудования отнесен к оборотным средствам предприятия, издержки на закупку и хранение единицы оборудования в единицу времени могут быть определены

$$u = \frac{\Pi}{T} \left(1 + \frac{\text{К.п.д.}}{100} \right), \quad (5)$$

где Π — цена единицы запаса; К.п.д. — % платы за фонды; T — длительность интервала планирования (год). Во всех дальнейших расчетах принимается, что запас не пополняется в течение планового периода T .

Поскольку издержки от закупки и хранения единицы запаса в единицу времени равны u и общие издержки хранения пропорциональны времени хранения, то математическое ожидание издержек от хранения k единиц

$$u \sum_{r=1}^k M(\xi_r) = u \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{2}{\lambda} + \dots + \frac{k}{\lambda} \right) = u \frac{k(k+1)}{2\lambda}. \quad (6)$$

Пусть по условиям обеспечения надежности энергоснабжения требуется, чтобы все заявки на замену оборудования удовлетворялись с вероятностью, не меньшей, чем P . Тогда, если на начало планового периода имеется k единиц запаса и запас будет пополнен не ранее, чем через период T , для того, чтобы все возникающие в это время заявки были удовлетворены с вероятностью P , необходимо и достаточно соблюдение неравенства

$$\sum_{r=0} P_r(T) \geq P. \quad (7)$$

Обозначим

$$f(b) = \sum_{r=0}^k P_r(T) = \sum_{r=0}^k \frac{b^r e^{-b}}{r!}$$

где b — математическое ожидание числа единиц оборудования, заменяемых за рассматриваемый период $b = \lambda T$. Левая часть (7) — убывающая функция от b . Поэтому можно определить максимальное значение $\hat{b}$, при котором (для фиксированных k и P) приведенное неравенство было бы справедливо. Для определения $\hat{b}$ достаточно решить уравнение: $P = f(\hat{b})$, схема решения которого на ЭВМ следующая: для заданных k и P и произвольного b рассчитываем $f(b)$, при $f(b) < P$ — уменьшаем величину b , при $f(b) > P$ — увеличиваем. Расчет ведется до тех пор, пока очередное значение будет отличаться от предыдущего (но имеющего противоположный знак неравенства) на величину, меньшую установленной погрешности Δ . Далее рассчитываем $\hat{b}$ для другого значения k и т. д. В результате может быть получена таблица значений $\mu(k)$, где $\mu(k) = \hat{b}$.

Если математическое ожидание количества замен в течение времени T равно b , а запас на начало периода равен k , то математическое ожидание издержек от хранения k единиц оборудования будет $uT \frac{k(k+1)}{2b}$ и

Значение $\mu(k)$ и $\frac{k(k+1)}{2\mu(k)}$ при $P = 0,95$ и $T = 1$

k	$\mu(k)$	$\frac{k(k+1)}{2\mu(k)}$	k	$\mu(k)$	$\frac{k(k+1)}{2\mu(k)}$	k	$\mu(k)$	$\frac{k(k+1)}{2\mu(k)}$	k	$\mu(k)$	$\frac{k(k+1)}{2\mu(k)}$
1	0,35	2,85	6	3,28	6,40	11	6,92	9,54	16	10,81	12,58
2	0,81	3,69	7	3,99	7,01	12	7,69	10,14	17	11,62	13,17
3	1,36	4,42	8	4,69	7,68	13	8,48	10,73	18	12,44	13,74
4	1,97	5,09	9	5,41	8,31	14	9,24	11,36	19	13,28	14,30
5	2,62	5,73	10	6,17	8,91	15	10,02	11,98	20	14,06	14,93

при $b \leq \mu(k)$ — запаса хватит, а при $b > \mu(k)$ — не хватит. Значения $\mu(k)$ и функции $\frac{k(k+1)}{2\mu(k)}$ приведены в таблице, где максимальная величина $k = 20$.

Оценку издержек (убытка) из-за выхода из строя оборудования энергосистемы можно провести исходя из следующих соображений. Рассматриваемые виды оборудования могут быть установлены на двух видах сетей — замкнутых или распределительных. Для первого вида выход единицы оборудования из строя не связан с перерывами электроснабжения. Для них появятся дополнительные потери, пропорциональные передаваемой мощности и времени замены оборудования. При выходе из строя оборудования распределительных сетей энергия будет отпущена не полностью. Поскольку энергосистема за это должна выплачивать штраф (равный восьмикратной стоимости недоотпущенной энергии), то убыток пропорционален отключаемой мощности и времени замены оборудования.

Возможный убыток потребителя от недоотпуска энергии учтен в значении коэффициента штрафа — $K_{\text{шт}}$. Средние издержки предприятия из-за выхода из строя любого оборудования в единицу времени могут быть определены

$$a = \frac{c_1}{n_1} \sum \Delta P_q K_q + \frac{K_{\text{шт}} c_2}{n_2} \sum P_v K_v, \quad (8)$$

где c_1 — стоимость (для энергосистемы) единицы потерь мощности; ΔP_q — дополнительные потери мощности при выходе из строя q -й единицы оборудования в замкнутых сетях; K_q — средний коэффициент использования мощности для единицы оборудования; P_v — отключаемые мощности при выходе из строя v -й единицы оборудования распределительных сетей; K_v — средний коэффициент использования установленной мощности для v -й единицы оборудования; c_2 — тариф на электроэнергию для сельских потребителей; $K_{\text{шт}}$ — коэффициент штрафа; n_1 и n_2 — общее количество данного вида единиц оборудования, установленное соответственно в замкнутых и распределительных сетях данного предприятия.

Особо подчеркнем, что рассматривается задача для определенного периода времени T . К началу этого периода на склады поступило некоторое количество единиц оборудования и до конца его пополнение не производится. Нужно определить, в каких пунктах должны быть организованы склады и как при этом прикрепить предприятия к складам, чтобы с заданной вероятностью P заявка каждого предприятия была удовлетворена. При этом необходимо минимизировать издержки от хранения на всех складах и убыток от несвоевременной доставки оборудования. Практика снабжения конкретных энергосистем показала, что издержками по доставке оборудования с центрального склада, а также затратами на организацию складов в отдельных пунктах можно пренебречь.

Пусть n — число предприятий в энергосистеме; m — число пунктов возможного размещения запасов; b_j — математическое ожидание числа заявок на замену оборудования, поступающих от j -го предприятия в рассматриваемый период времени T , $j = 1, 2, \dots, n$; Y_i — математическое ожидание числа заявок, поступающих от предприятий, прикрепленных к i -му складу в период T , $i = 1, 2, \dots, m$; x_{ij} — математическое ожидание числа заявок, поступающих к i -му складу от j -го предприятия в рассматриваемом периоде T ; Y_i и x_{ij} — неизвестные переменные задачи. (Не исключено, что часть своих заявок предприятие может направлять на один склад, часть — на другой, поэтому не требуется, чтобы $x_{ij} = b_j$, если известно, что j -е предприятие прикреплено к i -му складу. Это равенство будет иметь место лишь в случае полного прикрепления j -го предприятия к i -му складу.)

Очевидна связь переменных x_{ij} и Y_i

$$Y_i = \sum_{j=1}^n x_{ij}; \quad (9)$$

l_i — максимально возможное количество единиц запаса в i -м складе на начало периода T ; t_{ij} — время доставки единицы оборудования от i -го склада до j -го предприятия; a_j — величина убытка при отсутствии в случае необходимости на j -м предприятии требуемой единицы оборудования в единицу времени; X_i — количество единиц оборудования, которое должно находиться в виде запаса в i -м складе на начало рассматриваемого периода T ; $f_i(X_i, Y_i)$ — убыток от хранения на i -м складе X_i единиц оборудования

$$f(X_i, Y_i) = \begin{cases} 0 & \text{при } X_i = Y_i = 0, \\ uT \frac{X_i(X_i + 1)}{2Y_i} & \text{при } Y_i \neq 0. \end{cases} \quad (10)$$

Число заявок на замену оборудования, поступающих на i -й склад за время T , есть случайная величина, имеющая, как нами было принято, распределение Пуассона. Это значит, что данная случайная величина может быть полностью охарактеризована своим математическим ожиданием Y_i . Число $\mu(k)$ (см. таблицу) показывает, какое максимальное математическое ожидание должна иметь эта случайная величина, чтобы с вероятностью P все эти заявки были удовлетворены, если на начало периода T на складе было k единиц оборудования, т. е. чтобы гарантировать с вероятностью P удовлетворение каждой заявки, поступающей на i -й склад, нужно потребовать выполнения неравенства $\mu(X_i) \geq Y_i$.

Математическая задача размещения запаса на территории энергосистемы на период T состоит в том, чтобы найти такие значения X_i , Y_i , $x_{ij} \geq 0$ при условиях

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = Y_i, \quad (12)$$

$$Y_i \leq \mu(X_i), \quad (13)$$

$$X_i \in \{0, 1, \dots, l_i\}, \quad (14)$$

при которых минимизируется значение функционала

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^m f_i(X_i, Y_i),$$

где F — математическое ожидание затрат, связанных с реализацией плана размещения запасов оборудования на территории энергосистемы, определяемого числами X_i, Y_i, x_{ij} . Первое слагаемое функционала F при увеличении количества складов убывает и при полной децентрализации равно нулю. Второе, наоборот, при увеличении общего числа складов возрастает. Минимальное значение второе слагаемое может иметь лишь при полной централизации.

Полученная модель только видом функций $f(X_i, Y_i)$ отличается от обычных однопродуктовых моделей размещения. Специфика этой модели состоит в том, что функции $f(X_i, Y_i)$ при фиксированном X_i выпуклы вниз и при убывании Y_i от значения $\mu(X_i)$ возрастают, тогда как в обычных моделях размещения функции $f_i(X_i, Y_i)$ выпуклы вверх и с убыванием Y_i убывают. Как известно, очень многие задачи размещения могут быть сведены к виду [2]: найти числа $Z_i, x_{ij} \geq 0$, чтобы минимизировать функционал

$$Q = \sum_i \sum_j c_{ij} x_{ij} + \sum_i \varphi_i(Z_i) \quad (15)$$

при условиях

$$\sum_i x_{ij} = d_j, \quad (16)$$

$$\sum_j x_{ij} \leq Z_i, \quad (17)$$

где

$$Z_i \in \{a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ir}\}, \quad (18)$$

φ_i — некоторые заданные функции одной переменной; $\{a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ir}\}$ — заданное количество неотрицательных чисел, соответствующее индексу i (интерпретируются как возможные варианты мощностей поставщика i); d_j — неотрицательное число (интерпретируется как потребность потребителя j). Экономическая интерпретация этой задачи широко известна [3].

К сожалению, задача размещения запаса ввиду указанной выше особенности не может быть приведена к виду (15) — (18). Однако в предлагаемом ниже эвристическом методе решение задачи размещения запаса может быть получено после решения ряда задач вида (15) — (18), где (17) записано как строгое равенство

$$\sum_j x_{ij} = Z_i. \quad (17')$$

Для задач вида (15) — (17'), (18), которые назовем вспомогательными, имеется точный метод решения и программа на ЭВМ «Минск-22» [4]. Во вспомогательных задачах существенно равенство $\sum_j d_j = \sum_i Z_i$,

так как

$$\sum_j d_j = \sum_j \sum_i x_{ij} = \sum_i \sum_j x_{ij} = \sum_i Z_i.$$

Для задачи размещения запаса, очевидно, не обязательно выполнение равенства $\sum_j b_j = \sum_i \mu(X_i)$, так как $\sum_j b_j = \sum_i Y_i$, а $\sum_i Y_i \leq \sum_i \mu(X_i)$ в силу (13). Однако при оптимальном размещении запаса разность $\sum_i \mu(X_i) - \sum_j b_j \geq 0$, по-видимому, не должна быть очень большой (очевидно, для любого допустимого варианта она неотрицательна). Поэтому будем рассматривать только те варианты, для которых имеет место неравенство

$$0 \leq \sum_i \mu(X_i) - \sum_j b_j < \varepsilon, \quad (19)$$

где ε — заданное положительное число. Так как значений $\mu(X)$ — конечное множество (функция задана таблицей), то конечным будет множество всевозможных сумм $\sum_{i=1}^m \mu(X_i)$, если рассматривать суммы, удов-

летворяющие условию (19). Все суммы $\sum_{i=1}^m \mu(X_i)$, удовлетворяющие (19),

можно записать в виде конечной числовой возрастающей последовательности $\Sigma_1, \Sigma_2, \dots$, каждому числу из которой поставим в соответствие некоторое подмножество допустимых вариантов основной задачи по правилу: Σ_1

соответствуют допустимые варианты M_1 , для которых $\sum_{i=1}^m \mu(X_i) = \Sigma_1$; Σ_2

соответствуют допустимые варианты M_2 при $\sum_{i=1}^m \mu(X_i) = \Sigma_2$ и т. д.;

M_1, M_2 — обозначения соответствующих подмножеств допустимых вариантов.

На первом этапе решается вспомогательная задача Σ_1 : найти числа $Z_i, x_{ij} \geq 0, i = 1, \dots, m, j = 0, 1, \dots, n$, чтобы минимизировать функционал

$$Q = \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^n c_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^m \varphi_i(Z_i) \quad \text{при} \quad \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad \sum_{j=0}^n x_{ij} = Z_i, \quad Z_i \in \{0, \mu(1), \dots, \mu(l_i)\}.$$

где $b_0 = \Sigma_1 - \sum_{j=1}^n b_j, \quad c_{i0} = 0, \quad c_{ij} = a_j t_{ij}, \quad \text{при } j \neq 0,$

$$\varphi_i(Z_i) = \begin{cases} 0, & \text{если } Z_i = 0 \\ uT \frac{\mu^{-1}(Z_i) [\mu^{-1}(Z_i) + 1]}{2Z_i}, & \text{если } Z_i \neq 0. \end{cases}$$

Здесь μ^{-1} обозначает обратную функцию табличной: $\mu, [\mu(X) = Y, \mu^{-1}(Y) = X]$; Q_1 — значение функционала для оптимального решения задачи; Σ_1 — оценка снизу для F , рассматриваемого на множестве M_1 . Из оптимального варианта задачи Σ_1 находится допустимый вариант ос-

новой задачи по формулам: $Y_i = Z_i - x_{i0}$, $X_i = \mu^{-1}(Z_i)$; x_{ij} , $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$, — то же самое, что и в решении задачи Σ_1 . Значение функционала для этого варианта обозначим через F_1 . Чтобы его подсчитать,

нужно в функционале Q вместо $\sum_{i=1}^m \varphi_i(Z_i)$ взять $\sum_{i=1}^m f_i(X_i Y_i)$. Оче-

видно, полученный вариант (назовем его первым) может и не быть оптимальным на множестве M_1 , в смысле основной задачи. Однако известно, что он отличается от этого оптимального не более чем на $\Delta_1 = (F_1 - Q_1)$. Аналогичным образом составляем вспомогательную задачу Σ_2 , положив

$$b_0 = \Sigma_2 - \sum_{j=1}^n b_j.$$

Решение ее позволит получить второй вариант, ко-

торый является уже представителем множества M_2 ; F_2 — будет значением функционала для этого варианта; Q_2 — нижней оценкой оптимального в смысле основной задачи варианта на множестве M_2 и $\Delta_2 = F_2 - Q_2$. Далее составляются и решаются вспомогательные задачи Σ_3 , Σ_4 и т. д. Для последовательности решаемых задач будет иметь место соотношение

$$\Delta_1 < \Delta_2 < \Delta_3 < \dots, \quad (20)$$

так как для задачи Σ_1 разность $[\sum f_i(X_i Y_i) - \sum \varphi_i(Z_i)]$ будет меньше, чем для задачи Σ_2 ; для Σ_2 — меньше, чем для Σ_3 , и т. д. из-за специфики задачи размещения запаса и того, что $\Sigma_1 - \sum b_j < \Sigma_2 - \sum b_j < \Sigma_3 - \sum b_j < \dots$.

Соотношение (20) дает возможность закончить процесс решения задачей Σ_s , если известно, что для Σ_{s+1} получим значение функционала большее, т. е. $Q_s < Q_{s+1}$. Из полученных вариантов в результате решения задач $\Sigma_1, \Sigma_2, \dots$ выбираем вариант с минимальным значением $\bar{F}$. Пусть это будет некоторый k -й вариант, $k = 1, 2, \dots$, который можно считать оптимальным с погрешностью Δ_k . Если же все задачи, удовлетворяющие условию (19), решены, а последовательность $Q_1, Q_2, \dots$ остается убывающей, то увеличим ε и продолжим процесс решения вспомогательных задач, удовлетворяющих условию (19). Вначале рекомендуется брать $\varepsilon = 0,5$ и в случае надобности увеличивать на 0,5. Чтобы проиллюстрировать метод решения, рассмотрим числовой пример. Пусть имеется три предприятия с математическим ожиданием числа заявок на замену оборудования: $b_1 = b_2 = b_3 = 0,35$ и матрицей времени проезда

	I	II	III
I	0	50	100
II	50	0	200
III	100	200	0

Пусть убыток от несвоевременной замены на всех предприятиях $a_j = 1$, $j = 1, 2, 3$, в единицу времени. Издержки от хранения единицы оборудования на складе в единицу времени $u = 20$, а период $T = 1$. В данном периоде требуется, чтобы заявка на замену удовлетворялась с вероятностью $P = 0,95$. Таким образом, таблица задает функцию $\mu(X)$ для данного примера.

Подсчитаем $\sum b_j = 3 \cdot 0,35 = 1,05$. Возьмем $\varepsilon = 0,5$, ищем все суммы, удовлетворяющие условию (19), записанному в данном случае как: $1,05 \leq \sum_i \mu(X_i) < 1,55$. Таких сумм в данном примере в соответствии с приведенной выше таблицей только четыре: $\Sigma_1 = 1,05$, $\Sigma_2 = 1,16$, $\Sigma_3 = 1,36$, $\Sigma_4 = 1,51$. Σ_1 — соответствует вариантам, когда во всех складах имеется по одной единице оборудования; Σ_2 — когда в одном складе одна единица, а

в другом — две единицы; Σ_3 — когда весь запас в одном складе; Σ_4 — в двух складах — по одной единице, а в третьем — две единицы запаса. Очевидно, этими суммами описывается все множество вариантов, удовлетворяющих условию (19).

Составим задачу Σ_1

	$b_1 = 0,35$	$b_2 = 0,35$	$b_3 = 0,35$	$b_0 = 0$
Z_1	$c_{11} = 0$	$c_{12} = 50$	$c_{13} = 100$	$c_{10} = 0$
Z_2	$c_{21} = 50$	$c_{22} = 0$	$c_{23} = 200$	$c_{20} = 0$
Z_3	$c_{31} = 100$	$c_{32} = 200$	$c_{33} = 0$	$c_{30} = 0$
$Z_i \in \{0;$	$0,35;$	$0,81;$	$1,36\}$,	$i = 1, 2, 3.$

Исходя из вышеприведенных данных для μ_k и $u = 20$, получим следующие значения φ для Z_i

Z_i	0	0,35	0,81	1,36
$\varphi_i(Z_i)$	0	57,0	73,8	88,4.

Решив задачу по алгоритму [4] получим, что оптимальным планом для нее будет вариант $Z_1 = Z_2 = Z_3 = 0,35$, $x_{11} = x_{22} = x_{33} = 0,35$, остальные $x_{ij} = 0$. Соответствующий этой задаче допустимый план размещения запаса: $X_1 = X_2 = X_3 = 1$, $Y_1 = Y_2 = Y_3 = 0,35$, $f_i(X_i Y_i) = \varphi_i(Z_i)$ и $F_1 = Q_1 = 171$, $\Delta_1 = 0$.

Далее решаем задачу Σ_2

	$b_1 = 0,35$	$b_2 = 0,35$	$b_3 = 0,35$	$b_0 = 0,11$
Z_1	0	50	100	0
Z_2	50	0	200	0
Z_3	100	200	0	0
$Z_i \in \{0;$	$0,35;$	$0,81;$	$1,36\}$	
Z_i	0	0,35	0,81	1,36
$\varphi_i(Z_i')$	0	57,0	73,8	88,4

Оптимальным для нее будет план: $Z_1 = 0,81$, $Z_2 = 0$, $Z_3 = 0,35$; $x_{11} = 0,35$, $x_{12} = 0,35$, $x_{10} = 0,11$, $x_{33} = 0,35$, остальные $x_{ij} = 0$; $Q_2 = 50 \times 0,35 + 57,0 + 73,8 = 148,3$.

Соответствующий этой второй задаче вариант размещения запаса будет: $X_1 = 2$, $X_2 = 0$, $X_3 = 1$, $Y_1 = 0,70$, $Y_3 = 0,35$,

$$f_1(X_1 Y_1) = \frac{20 \times 3 \times 2}{2 \times 0,70} = 85,7,$$

$$f_3(X_3 Y_3) = \varphi_3(Z_3) = 57,0:$$

$$F_2 = 17,5 + 85,7 + 57,0 = 160,2, \Delta_2 = F_2 - Q_2 = 11,9.$$

Теперь решаем задачу Σ_3

	$b_1 = 0,35$	$b_2 = 0,35$	$b_3 = 0,35$	$b_0 = 0,35$
Z_1	0	50	100	0
Z_2	50	0	200	0
Z_3	100	200	0	0

Оптимальным планом для этой задачи будет: $Z_1 = 1,36$, $Z_2 = Z_3 = 0$, $x_{11} = x_{12} = x_{13} = 0,35$, $x_{10} = 0,31$, остальные $x_{ij} = 0$; $Q_3 = 100 \cdot 0,35 +$

$+ 50 \cdot 0,35 + 88,4 = 140,9$. Соответствующий этой третьей задаче вариант размещения запаса

$$X_1 = 3, X_2 = X_3 = 0, Y_1 = 1,05, Y_2 = Y_3 = 0,$$

$$f_1(X_1, Y_1) = 20 \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1,05} = 114,3,$$

$$F_3 = 35,0 + 17,5 + 114,3 = 166,8, \Delta_3 = 25,9.$$

Из данного примера видно, что для решения задачи Σ_4 значение функционала Q не может быть меньше $Q = 171$, и тем более $Q_3 < Q_4$, поэтому оптимальный вариант выбирается на основании только трех решенных задач $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$: $\min\{F_1, F_2, F_3\} = F_2$.

Таким образом, оптимальным будет второй вариант с $F_2 = 160,2$. Погрешность оптимума равна $\Delta_2 = 11,9$. Относительная погрешность $\Delta_2 / F_2 = 6\%$.

В настоящее время по описанной методике решаются задачи применительно к конкретным энергосистемам.

ЛИТЕРАТУРА

1. Доклады 2-го Всесоюзного научно-технического совещания по устойчивости и надежности энергосистем СССР. М., «Энергия», 1969.
2. В. Р. Х а ч а т у р о в. Некоторые вопросы и приложения к задачам размещения метода последовательных расчетов (автореф. дисс.). М., 1968 (ЦМИ, АН СССР).
3. Математические методы и модели перспективного отраслевого планирования. Минск, 1968. (Ин-т научно-техн. информации и пропаганды при Госплане БССР).
4. С. П. Б е л ы й, Т. С. Л и с и ц ы н а, А. С. П л а т о н о в а, С. И. П о т а п о в а. Решение однопродуктовой задачи размещения комбинаторным методом на ЭВМ «Минск-22». В кн. Сб. стандартных и типовых программ для ЭВМ «Минск-22». Вып. 2. Минск, 1966. (НИИ экономики и эконом.-матем. методов планирования при Госплане БССР).

Поступила в редакцию
6 V 1970