

О ПОРЯДКЕ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ПРИ НАЛИЧИИ ОГРАНИЧЕНИЙ

В. Н. ЦЫГАНКОВ

(Москва)

В настоящее время в литературе большое внимание уделяется применению метода динамического программирования для решения многих технических задач. Основная идея этого метода заключается в описании задачи с помощью функциональных уравнений или их дискретных аналогов — рекуррентных соотношений [1]. Элементарной модификацией метода динамического программирования является алгоритм Кеттеля [2]. Этот инженерный алгоритм продолжает совершенствоваться [3—6], расширяются границы его применимости (например, [7, 8]).

Обобщением алгоритма Кеттеля для решения более общей задачи при наличии нескольких ограничений является алгоритм, предложенный в [3]. Этот алгоритм удобен, если в таблице находятся строго мажорируемые векторы. В более общих случаях, если векторы не строго мажорируемые, принятие решения связано с неопределенностью, поэтому использование алгоритма Прошана и Брея затруднено. Тогда возникает задача об учете жесткости каждого из ограничений, для чего целесообразно использовать приближенный метод, разработанный в [4]. Для учета жесткости каждого из ограничений в [4] вводится коэффициент A_p . Однако определение оптимального решения по этому методу связано с дополнительными вычислительными работами (расчетами коэффициента A_p), а при большой длине векторов различных решений $D^{(i)}$, где $i = 1, 2, 3, \dots$ — индекс рассматриваемой операции, вычисления становятся громоздкими. Анализ результатов решения практических задач показывает, что существенное влияние на трудоемкость реализации метода динамического программирования оказывает порядок объединения операций [6] и комбинирование различных алгоритмов.

Рекомендуется следующий порядок принятия решения (объединения операций и комбинирования рассматриваемых алгоритмов динамического программирования): 1) анализируются исходные данные, необходимые для оптимизации, и устанавливается порядок объединения операций в соответствии с [6]; 2) составляются и заполняются таблицы попарного объ-

Таблица 1

№ операции	Значения $\frac{q_{ij}}{c_{ij} t_{ij}}$			
	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4
1	0,003	0,004	0,005	0,006
	80	40	20	10
	16	8	4	2
2	0,004	0,005	0,008	0,009
	40	20	10	5
	8	4	2	1
3	0,004	0,005	0,006	0,007
	120	60	30	15
	4	2	1	0,5

единения операций; 3) анализируются члены векторов в этих таблицах для выявления строго мажорируемых векторов; 4) определяются доминирующие последовательности решений D_i^* по алгоритму, предложенному в [3], если в таблицах попарного объединения операций находятся строго мажорируемые векторы (см. пример табл. 2); 5) определяются доминирующие последовательности решений D_i^* по алгоритму, предложенному в [3], если в таблицах попарного объединения операций нет строго мажорируемых векторов.

Опыт применения рассматриваемых алгоритмов динамического программирования показывает, что иногда целесообразно их комбинирование в пределах определения одной последовательности решений (пример, табл. 3).

Пример. Последовательность вычислений покажем на конкретном примере (задаче определения структуры цикла профилактических мероприятий при наличии двух ограничений). Дана система, состоящая из трех последовательно соединенных элементов с характеристиками, приведенными в табл. 1 (в этой таблице t_{ij} и c_{ij} — простои и стоимость при выполнении i -й операции с j -й периодичностью технического обслуживания или ремонта; q_{ij} — вероятность отказа i -го элемента при j -й периодичности технического обслуживания или ремонта). Периодичности технического обслуживания или ремонта (центры группирования) ω_j , $j = 1, 2, 3, 4$, заданы с учетом принципа кратной периодичности [7]. Требуется определить структуру цикла профилактических мероприятий так, чтобы получить минимальное значение вероятности отказа системы Q при следующих ограничениях на стоимость профилактических мероприятий и время простоя

Операция 1

Таблица 2

	$\omega_j \quad q_{ij} \quad c_{ij} \quad t_{ij}$				
	ω_4 0,006 10 2	ω_3 0,005 20 4	ω_2 0,004 40 8	ω_1 0,003 80 16	
Операция 2	ω_4 0,009 5 1	$p = 0$ $0,009 + 0,06 = 0,015$ 5+10=15 1+2=3	0,014 25 5	0,013 45 9	—
	ω_3 0,008 10 2	$p = 1$ 0,014 20 4	0,013 30 6	0,012 50 10	—
	ω_2 0,005 20 4	$p = 2$ 0,011 30 6	$p = 3$ 0,010 40 8	$p = 4$ 0,009 60 12	—
	ω_1 0,004 40 8	0,010 50 10	$p = 4$ 0,009 60 12	0,008 80 16	—

при профилактике

$$C_{\text{доп}} = 80, T_{\text{доп}} = 16. \quad (1)$$

Ограничения (1) накладываются на систему в целом. Нас интересуют ограничения, накладываемые только на первую и вторую операции, так как процесс вычислений начнем с этой пары. Тогда для первой последовательности решений получим ограничения $C_{1\text{доп}} = 65, T_{1\text{доп}} = 15,5$. Эти ограничения используем при определении доминирующей последовательности для части системы, состоящей из первого и второго элемента. Учитывая, что различные варианты решений для первых двух операций (табл. 2) легко сравнимы без дополнительных математических выкладок (в таблице имеются строго мажорируемые векторы), доминирующая последовательность определена по алгоритму, предложенному в [3]. Расчеты коэффициентов A_p в этом случае затрудняют решение задачи. Результирующая последовательность решений, состоящая из пяти членов ($p = 0, 1, 2, 3, 4$), приведена в табл. 3. Первоначально вычисления осуществлялись по алгоритму, предложенному в [4], так как векторы в табл. 3 не строго мажорируемы. Пятый член ($p = 4$) оптимальной последовательности определен в соответствии с [3]. По последнему члену ($p = 4$) результирующей последовательности и данным табл. 2 аналогично [7] можно определить оптимальную структуру цикла профилактических мероприятий.

Таблица 3

Операции 1 и 2

	(p) Q* C* T*				
	(0)	(1)	(2)	(3)	(4)
ω_j	0,015	0,014	0,011	0,010	0,009
q_{ij}	15	20	30	40	60
c_{ij}	3	4	6	8	12
t_{ij}					
ω_4	$p = 0$	$p = 1$	$p = 2$		
0,007	0,022	0,021	0,018	0,017	0,016
15	30	35	45	55	75
0,5	3,5	4,5	6,5	8,5	12,5
		$A_1 = 3,609$	$A_2 = 5,775$	$A_3' = 9,640$	
ω_3	0,021	0,020	$p = 3$	$p = 4$	0,015
30	45	50	0,017	0,016	90
1	4	5	60	70	13
	$A_1' = 4,250$	$A_2' = 5,781$	7	9	
			$A_3 = 9,593$		
ω_2	0,020	0,019			
0,005	75	80	—	—	—
60	5	6			
2					
ω_1	—	—	—	—	—
0,004					
120					
4					

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Дрейфус. Динамическое программирование. Кибернетический сборник. Вып. 2. М., «Мир», 1966.
2. Дж. Кеттель. Увеличение надежности при минимальных затратах. В сб. Оптимальные задачи надежности. М., Изд-во стандартов, 1968.
3. Ф. Прошан, Т. Брей. Оптимальное резервирование при наличии нескольких ограничений. В сб. [2].
4. О. Г. Алексеев, В. И. Якушев. Об алгоритме оптимального резервирования аппаратуры. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1964, № 3.
5. И. А. Ушаков. Методы решения простейших задач оптимального резервирования при наличии ограничений. М., «Сов. радио», 1969.
6. В. Н. Цыганков. Об одном алгоритме динамического программирования. Экономика и матем. методы, 1970, т. VI, вып. 5.
7. В. Н. Цыганков, Л. И. Еремин. Методы определения структуры цикла профилактических мероприятий. Стандарты и качество, 1968, № 3.
8. В. Н. Цыганков. К вопросу определения структуры цикла профилактических мероприятий. Надежность и контроль качества, 1970, № 11.

Поступила в редакцию
28.IX.1970