

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО УЩЕРБА

© 2012 г. М.В. Кузякина, Е.А. Семенчин

(Краснодар)

Предлагается математическая модель динамики экономического ущерба, причиняемого окружающей среде выбросами примеси от промышленных предприятий. Модель обладает рядом преимуществ по сравнению с существующими: в ней не требуется определять значительное число эмпирических констант и она позволяет прогнозировать указанный экономический ущерб на 2–3 года вперед.

Ключевые слова: экономический ущерб, примесь, выброс от промышленных предприятий, воздушная среда.

В работах (Москаленко, 2003; Лоскутова, 2008) подробно описаны методики расчета экономического ущерба y , причиняемого воздушной среде годовыми выбросами загрязнений в атмосферу от стационарных источников, к которым, в частности, относятся промышленные предприятия. В методике (Москаленко, 2003) для вычисления y используется соотношение

$$y = \sigma f \sum_{i=1}^n \gamma_i a_i m_i, \quad (1)$$

где σ – коэффициент, учитывающий региональные особенности территории, подверженной воздействию вредных веществ и связанный с величиной относительной опасности загрязнения этой территории; f – коэффициент, учитывающий характер рассеяния веществ в атмосфере; γ_i – стоимостная оценка (в денежных единицах) ущерба от единицы выброса вредного вещества i (коэффициент γ_i часто расщепляют на сумму $\gamma_i = \gamma'_i + \gamma''_i$, где γ'_i, γ''_i – стоимостные оценки ущерба, причиняемого выбросами, соответственно не превышающими и превышающими предельные значения концентрации вещества i в атмосфере); n – число вредных веществ, выбрасываемых в атмосферу; a_i – коэффициент приведения различных вредных веществ к агрегированному виду, характеризующий относительную опасность для окружающей среды вещества i ; m_i – фактический объем (масса) выброса за год вредного вещества i , $i = 1, \dots, n$.

В методике, описанной в (Лоскутова, 2008), для расчета экономического ущерба вместо формулы (1) предлагается использовать формулу

$$y = \begin{cases} \sigma f \sum_{i=1}^n \gamma'_i k_i a_i m_i, & m_i \leq \text{ПДВ}_i; \\ \sigma f \sum_{i=1}^n \gamma'_i k_i a_i \text{ПДВ}_i + \sigma f \sum_{i=1}^n \gamma''_i k_i a_i (m_i - \text{ПДВ}_i), & m_i > \text{ПДВ}_i, \end{cases} \quad (2)$$

где k_i – коэффициент, учитывающий инфляцию, $i = 1, \dots, n$;

$$f = \frac{100}{100\phi H} \times \frac{4}{1+U}, \quad \phi = 1 + \frac{\Delta T}{75^\circ \text{C}}; \quad (3)$$

ϕ – поправка на тепловой подъем факела в атмосфере; ΔT – среднегодовая разность температур в устье источника (трубы) и в окружающей атмосфере; H – высота источника (трубы); U – среднегодовое значение модуля скорости ветра; параметры $\sigma, f, a, \gamma'_i, \gamma''_i, m_i$ имеют тот же смысл, что и в формуле (1); ПДВ_i – предельно допустимые выбросы в атмосферу вещества i .

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО УЩЕРБА 81

Обратим внимание, что значения γ_i^s, γ_i^d существенно зависят от i (в настоящее время существуют подробные таблицы значений этих величин, ежегодно утверждаемые постановлением Совета министров Российской Федерации "Об утверждении нормативов платы за выбросы загрязняющих веществ в природную среду и порядка их применения").

На практике не всегда удобно вычислять эмпирические константы, входящие в (1) и (2). Кроме того, по этим формулам можно определить значения экономического ущерба y только в рассматриваемый момент времени t , но никак не в последующие моменты, т.е. при $s > t$ нельзя осуществить прогноз значений y с момента t на момент s .

Цель данной работы – предложить другой метод вычисления значений экономического ущерба, который позволил бы отказаться от определения большого числа эмпирических констант в (1), (2) и позволил бы прогнозировать экономический ущерб на момент $s > t$ по известным значениям t до момента u включительно.

Рассмотрим отношения двух сторон: промышленного предприятия, выбрасывающего в атмосферу экологически вредные вещества, и организации, осуществляющей контроль за выплатой предприятиями штрафов, налагаемых на них территориальными органами Федеральной службой по экологическому, технологическому и атомному надзору РФ (далее – контролирующей организации).

Предполагаем, что руководство промышленного предприятия планирует объемы выбросов загрязняющих веществ в текущий момент времени $t, t = 1, 2, \dots$, в соответствии с величиной штрафов, уплаченных им за такие выбросы в предыдущий момент времени $(t - 1)$; сумма экономического ущерба, устанавливаемая контролирующей организацией в момент t , определяется объемом (массой) выбросов этих веществ в данный момент. Пусть динамика изменения массы загрязняющего вещества i описывается соотношениями:

$$m_i^s(t) = f_i(y_i(t-1), y_i(t-2), \dots, y_i(0)), \quad (4)$$

$$m_i^d(t) = g_i(y_i(t)), \quad (5)$$

где $m_i^s(t)$ – объем (масса) выброса вредного вещества, планируемый промышленным предприятием в момент времени t ; величина $m_i^s(t)$ определенным образом влияет на объем продукции, производимой предприятием, и на мероприятия по фильтрации от вредных примесей выбрасываемого в атмосферу воздуха; $y_i(t)$ – суммарная величина экономического ущерба вредного вещества i , выплачиваемая в момент времени t ; $m_i^d(t)$ – фактический объем (масса) выброса в атмосферу вредного вещества в момент t , в соответствии с которыми контролирующая организация рассчитывает суммарную величину экономического ущерба $y_i(t)$, выставляемую предприятию за загрязнение атмосферы.

Также предполагаем, что в (4)–(5) имеют место более простые зависимости:

$$m_i^s(t) = f_i(y_i(t-1)), \quad (6)$$

$$m_i^d(t) = g_i(y_i(t)) \quad (7)$$

и задано начальное условие

$$y_i(0) = y_i^0. \quad (8)$$

Чтобы промышленное предприятие не несло непредвиденных убытков, необходимо потребовать выполнение равенства

$$m_i^d(t) = m_i^s(t) \quad \forall t. \quad (9)$$

Обратим внимание, что модели более частного, по сравнению с (6)–(9), типа используются в экономике для установления взаимосвязи между предложением и ценой в момент $t - 1$ и спросом и ценой в момент t . Такие модели принято называть паутинообразными (Ахтямов, 2006). Поэтому модель (6)–(9) также будем называть паутинообразной моделью динамики экономического ущерба, причиняемого окружающей среде атмосферными выбросами.

Запаздывание во времени суммы экономического ущерба $y_i(t - 1)$ в (6) от объема выброса $m_i^s(t)$ объясняется тем, что решение, принимаемое руководством предприятия, о величине

объема производства (и, как следствие, об объеме выброса $m_i^s(t)$) в момент t принимается с учетом уплаченной суммы штрафов, совпадающей с величиной экономического ущерба $y_i(t-1)$ в момент $t-1$. Величина экономического ущерба $y_i(t)$, соответствующая принятому решению, определяется по факту выброшенного загрязняющего вещества.

Путем линеаризации функции $f_i(y_i(t-1))$, $g_i(y_i(t))$, $i = 1, \dots, n$, из (6)–(9) (например, с помощью ряда Тейлора (Годунов, Рябенский, 1977)) перейдем к разностному уравнению первого порядка с постоянными коэффициентами

$$ay_i(t-1) + by_i(t) = f(t). \quad (10)$$

Пусть известны два любых решения $\{\bar{y}_i(t-1), \bar{y}_i(t)\}$ и $\{\bar{y}'_i(t-1), \bar{y}'_i(t)\}$ уравнения (10). Подставляя каждое из них в (10) и вычитая затем полученные равенства одно из другого, получим однородное уравнение

$$a\bar{y}_i(t-1) + b\bar{y}_i(t) = 0, \quad (11)$$

где $\bar{y}_i(t-1) = \bar{y}_i(t-1) - y'_i(t-1)$, $\bar{y}_i(t) = \bar{y}_i(t) - y'_i(t)$.

Решением однородного уравнения (11) является функция $\bar{y}_i(t) = \alpha(-a/b)^t$ (Годунов, Рябенский, 1977), где α – произвольная постоянная. Тогда общее решение неоднородного уравнения (10) можно представить в виде:

$$y_i(t) = y'_i(t) + \alpha(-a/b)^t, \quad (12)$$

где $y'_i(t)$ – частное решение (11), имеющее вид (Годунов, Рябенский, 1977):

$$y'_i(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (y_i^*(t-k) - kf(k)), \quad (13)$$

$$y_i^*(t) = \begin{cases} \alpha(-a/b)^t, & t < 0; \\ (\alpha - 1/a)(-a/b)^t, & t \geq 1. \end{cases}$$

α определяется из начального условия (8).

Укажем решение модели динамики экономического ущерба (6)–(7) в частном случае, когда

$$m_i^s(t) = h y_i(t-1) + r, \quad (14)$$

$$m_i^d(t) = -b y_i(t) + a, \quad (15)$$

$a, b, h, r, \alpha > r > 0$, $b > 0$, – некоторые константы, позволяющие установить взаимосвязь между $m_i^s(t)$, $m_i^d(t)$ и $y_i(t-1)$, $y_i(t)$ соответственно и определяемые из соотношения (6) согласно экспериментальным данным.

Из соотношений (9), (14)–(15) находим

$$a - b y_i(t) = r + h y_i(t-1). \quad (16)$$

Перепишем (16) в виде

$$y_i(t) = \alpha + \beta y_i(t-1), \quad (17)$$

где $\alpha = (a-r)/b$, $\beta = -h/b$. Методом конечных разностей (Годунов, Рябенский, 1977) определим $y_i(t) = \alpha(1 + \beta + \beta^2 + \dots + \beta^{t-1}) + \beta^t y_i(0)$, или

$$y_i(t) = \alpha \frac{1-\beta^t}{1-\beta} + \beta^t y_i(0) = \frac{\alpha}{1-\beta} + \left(y_i(0) - \frac{\alpha}{1-\beta} \right) \beta^t. \quad (18)$$

Из (18) следует, что если $|\beta| = |-h/b| < 1$, то значения $y_i(t)$ при $t \rightarrow \infty$ стремятся к своему равновесному значению: $y_i(t) \rightarrow \bar{y}_i$, $\bar{y}_i = (a-r)/(b+h)$; если $|\beta| = |-h/b| > 1$, то равновесие неустойчиво: $y_i(t) \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow \infty$; если $|\beta| = |-h/b| = 1$, то при $t \rightarrow \infty$ значения $y_i(t)$ чередуются (колеблются) вокруг равновесного значения $\bar{y}_i$.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО УЩЕРБА 83

Определив объем (массу) выброса вредного вещества $m_i^s(t)$, можно найти $y_i(t)$ согласно (1), (2), после чего из (18) легко определить значение $y_i(t+1)$, т.е. прогнозируемое значение экономического ущерба в момент $(t+1)$.

Для вычисления y_i должен быть известен фактический объем выброса вредного вещества m_i . На предприятиях в большинстве случаев отсутствует учет таких показателей. Поэтому для определения m_i контролирующей организации требуется предварительно решить задачу, обратную задаче нахождения концентрации примеси в турбулентной диффузии, формулировка и решение которой с помощью одношагового фильтра Калмана–Бьюси приведены в работе (Семенчин, Кузякина, 2009).

Общая схема определения экономического ущерба, причиняемого окружающей среде выбросами примеси от промышленных предприятий, выглядит следующим образом.

1. На основе статистических данных о сумме экономического ущерба, выплаченного в момент времени $t-1$, и статистических данных о значениях параметров σ , a , γ'_i , γ''_i , f , k в момент t по формуле (2) находим такую массу выбросов $m_i^s = m_i$, при которой сумма экономического ущерба осталась бы прежней.

Если данные о сумме экономического ущерба, выплаченного в момент $t-1$, отсутствуют, то с помощью формул (2), (3) и данных о массе выброшенной в атмосферу в момент времени $t-1$ примеси $m_i = m_i^d$ и значениях параметров σ , a , γ'_i , γ''_i , f , k в момент времени $t-1$ рассчитываем $y(t-1)$.

Если данные о массе выброшенных в атмосферу вредного вещества m_i^d отсутствуют, то на основе статистических данных о концентрации примеси исследуемого вредного вещества, а также данных о значениях основных параметров математической модели рассеяния примеси в атмосфере, вычисляем эти значения с помощью программного продукта “МФКВ” на языке программирования Matlab C/C++ Math Library 2.2, зарегистрированного в Федеральной службе по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам РФ (Кузякина, Семенчин, 2010).

2. Подставляем значения $m_i^d(t)$, $m_i^s(t)$, $y(t-1)$, $y(t)$ в (14), (15) и, построив решение системы линейных алгебраических уравнений, определяем параметры a , b , h , r .

3. Подставляем значения параметров a , b , h , r и $y(t)$ в формулу (17) и находим $y(t+1)$.

4. Полученное значение $y(t+1)$ подставляем в формулу (15), рассчитываем прогнозируемое значение массы выброса в атмосферу вредного вещества $m_i^d(t+1)$ на момент $t+1$.

Пример 1. Для иллюстрации предложенной методики прогноза величины экономического ущерба, нанесенного предприятием атмосфере, были взяты статистические данные о выбросах окислов азота (NO_x) на территории автотранспортного предприятия.

Согласно нормативам, принятым в Российской Федерации, определяем константы $\sigma = 1$, 8; $a_{\text{NO}_x} = 1$, 5; $\gamma'_{\text{NO}_x} = 450$ руб./тыс. кг; $\gamma''_{\text{NO}_x} = 1350$ руб./тыс. кг; $f = 1,58$ в (2), (3). Согласно статистическим данным за 2009 и 2010 гг. коэффициенты инфляции $k_{2009} = 1,2$, $k_{2010} = 1,5$, а значения массы выброшенных предприятием в атмосферу окислов азота $m_{\text{NO}_x}^d(2009) = 6728$ кг.

При решении воспользуемся схемой, изложенной выше.

1. По формуле (2) находим $y_{\text{NO}_x}(2008) = 13,045$ тыс. руб./тыс. кг; $y_{\text{NO}_x}(2009) = 23,459$ тыс. руб./тыс. кг; $y_{\text{NO}_x}(2010) = 40,147$ тыс. руб./тыс. кг.

По результатам вычислений в начале настоящего пункта и формулам (14)–(15) определяем приемлемые для предприятия значения массы выбросов $m_{\text{NO}_x}^s(2009) = 5220$ кг, $m_{\text{NO}_x}^s(2010) = 5729$ кг, которые позволили бы ему в 2010 г. выплатить точно такую же сумму экономического ущерба, как и в 2009 г. соответственно.

Масса выброшенных предприятием в атмосферу окислов азота в 2010 г. ($m_{\text{NO}_x}^d(2010)$) на момент производимых расчетов еще не была обнародована, но известны результаты замеров концентрации примеси окисла азота, согласно которым с помощью программы “МФКВ” (Кузякина, Семенчин, 2010) легко получаем: $m_{\text{NO}_x}^d(2010) = 7434$ кг.

2. Построив решение системы (14), (15) на основе данных $m_{\text{NO}_x}^s(2010)$, $y_{\text{NO}_x}(2009)$, $m_{\text{NO}_x}^d(2010)$, $y_{\text{NO}_x}(2010)$, определяем значения $h = 5,4$, $r = 2,6$, $b = 0,1$, $a = 3,7$.

3. Подставляя в формулу (17) значения a , b , h , r и $y_{\text{NO}_x}(2010)$, определяем прогнозное значение экономического ущерба $y_{\text{NO}_x}(2011) = 45,070$ тыс. руб./тыс. кг, причиненного автотранспортным предприятием в 2011 г.

4. По формуле (5) и уже известным a , b , h , r и $y_{\text{NO}_x}(2011)$ находим массу примеси $m_{\text{NO}_x}^d(2011)$ 8215 кг, которую выбросит предприятие в 2011 г.

Так как $|-h/b| = 54 > 1$, то $y_{\text{NO}_x}(t)$ будет постоянно расти, что подтверждается статистическими данными. Однако реально значения $y_{\text{NO}_x}(t)$ не будут неограниченно возрастать, так как предприятие либо будет вынуждено поменять оборудование на более экологичное (электромобили, автомобили свростандарта), либо перестанет увеличивать число автомашин (т.е. найдет оптимальное для себя). В противном случае оно станет убыточным (в силу непомерных штрафов) и разорится.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Ахтямов А.М. (2006): Математика для социологов и экономистов. М.: Физматлит.
- Годунов С.К., Рябенский В.С. (1977): Разностные схемы (введение в теорию). М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва "Наука".
- Кузякина М.В., Семенчин Е.А. (2010): Оценка интенсивности источника примеси с помощью многошагового фильтра Калмана-Бьюси. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2010613713, 07.06.2010 г.
- Лоскутова Е.О. (2008): Оценка эколого-экономического ущерба от загрязнения атмосферы выбросами промышленных предприятий // *Известия Российского государственного педагогического университета имени А.И. Герцена. Аспирантские тетради*. М.: Российский государственный педагогический ун-т им. А.И. Герцена.
- Москаленко А.П. (2003): Экономика природопользования и охраны окружающей среды. М.: МарТ.
- Семенчин Е.А., Кузякина М.В. (2009): Методика расчета экономического ущерба, причиняемого воздушной среде выбросами легкой примеси от промышленных предприятий // *Труды Кубанского государственного аграрного университета*. Т. 2 (17).

Поступила в редакцию
06.12.2010 г.

Mathematical Model of Ecological and Economic Losses Dynamics

M.B. Kuziakina, Ye.A. Semenchin

In the paper a mathematical model for dynamics of economical losses caused to environment by atmosphere admixtures is presented. It offers several advantages as compared with the conventional ones: it is not required to determine numerous empirical constants; the model allows predicting economic losses for 2–3 years in advance.

Keywords: economic losses, admixture, plant facilities emission, air.